

AERODYNAMIQUE COMPRESSIBLE

SEANCE 3

AERODYNAMIQUE COMPRESSIBLE

COMPRESSIBILITE, DISCONTINUITES, SECOND PRINCIPE

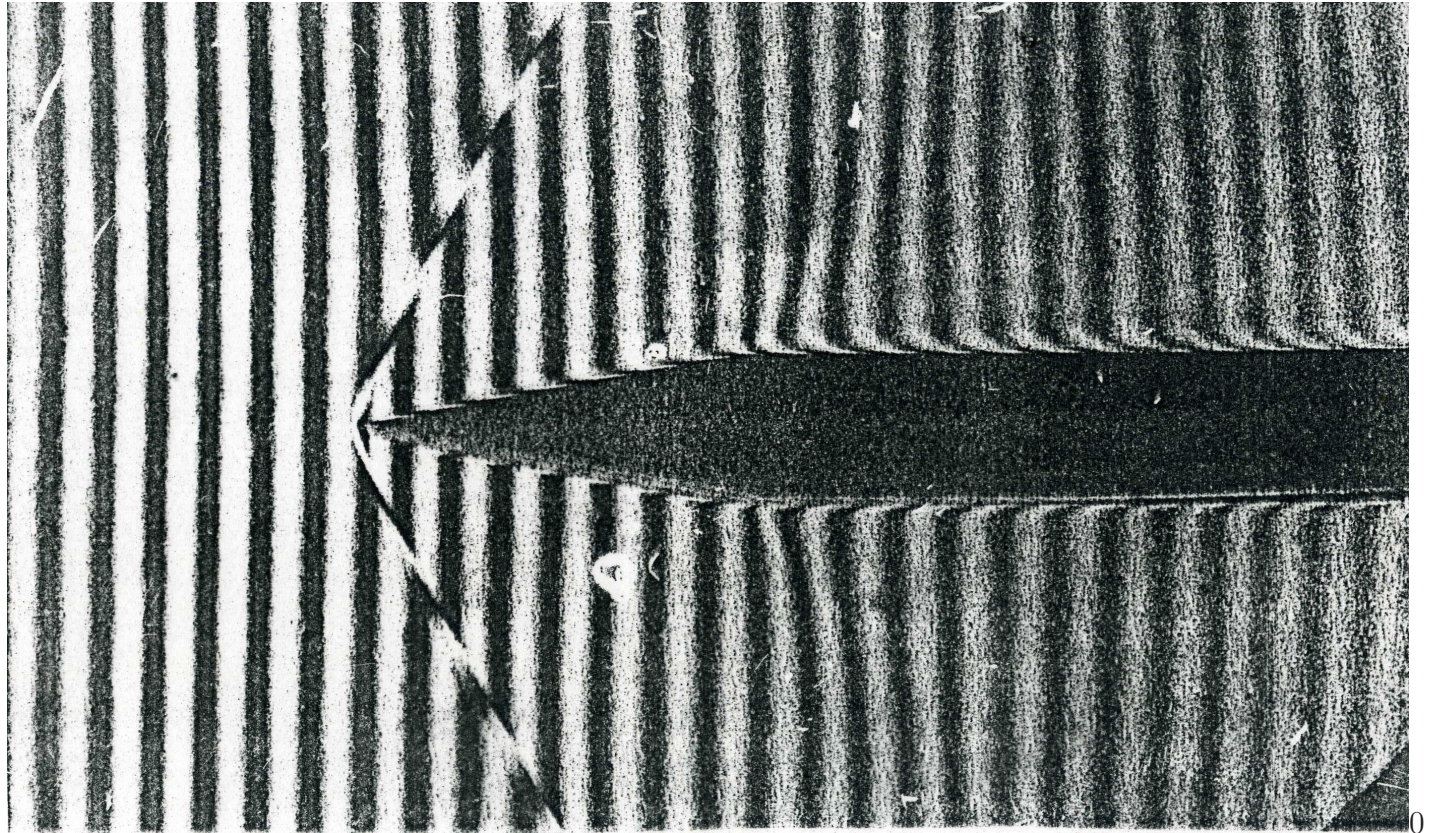
- Modélisation. Lois de la Physique du Fluide.
Ecoulement compressible, “unidimensionnel” et continu
- Nature et propriétés des surfaces de discontinuités.
Choc droit. Chocs obliques et courbes
- Ecoulement compressible, “unidimensionnel”,
instationnaire et continu
 - Ecoulement compressible plan
- Ecoulement permanent, de perturbation et plan.
Profils d’aile

CHOCS OBLIQUE ET COURBE

Chapitre 4

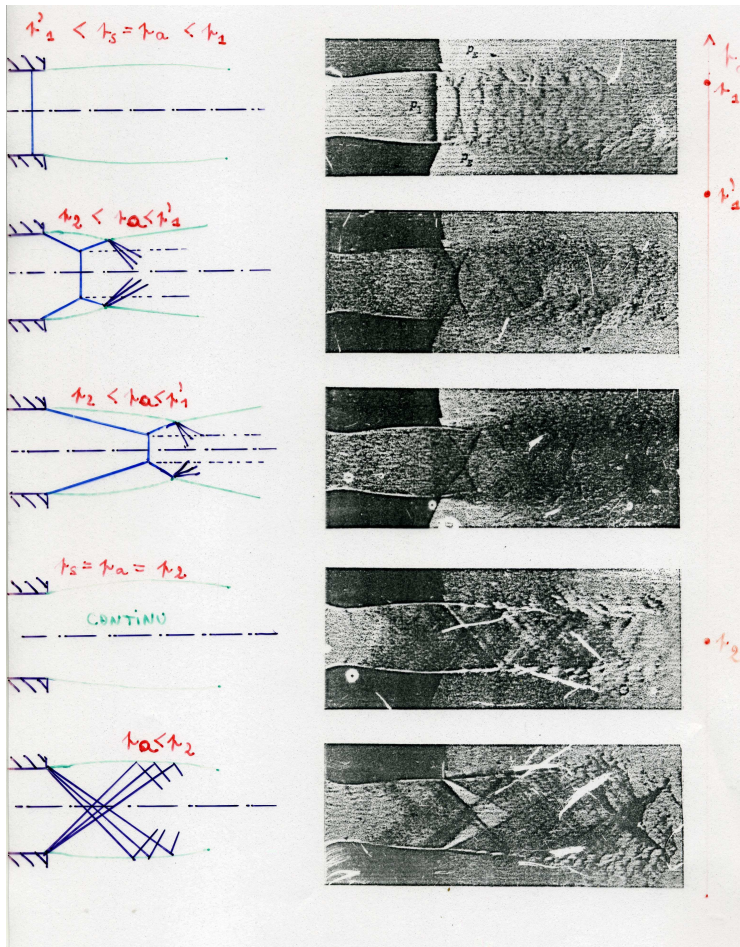
INTRODUCTION

- Film expérimental réalisé à l'Ensta Palaiseau
- Visualisations expérimentales

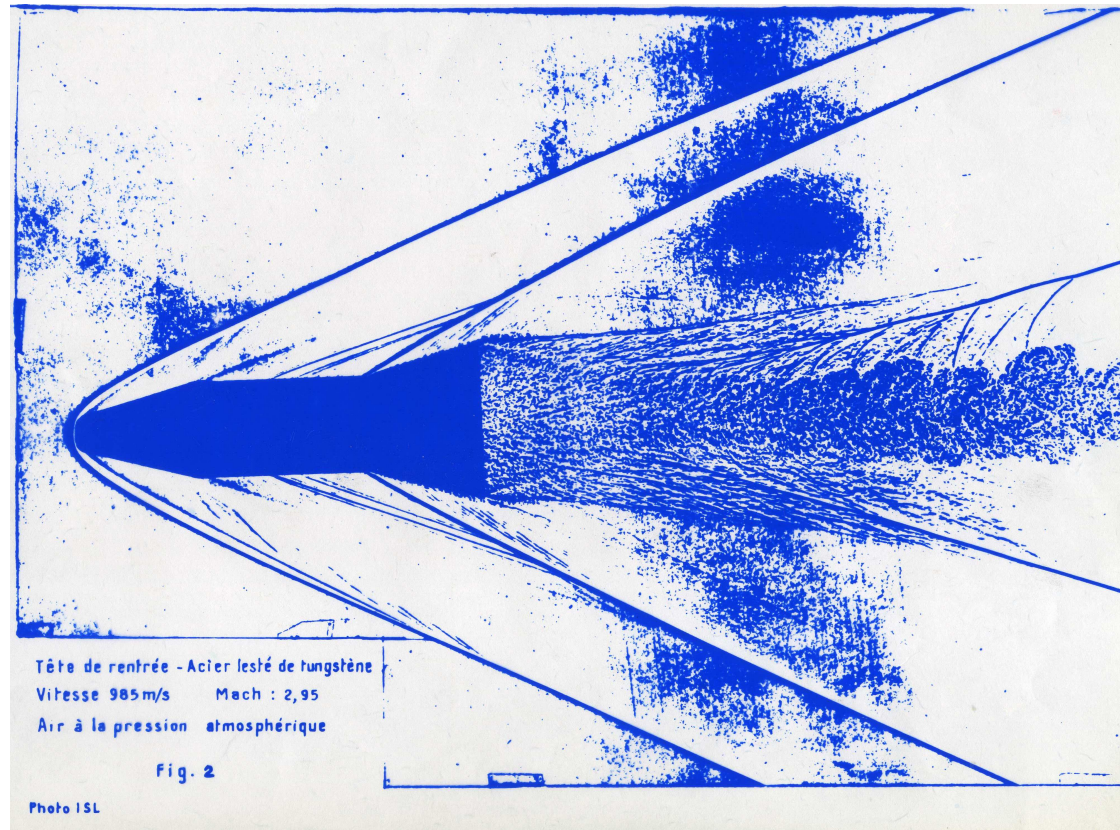


Interférométrie

Loi de Gladstone-Dale pour l'indice d'un gaz: $n = 1 + K\rho$



Différents régimes en sortie de tuyère



F.A.E GALERIE "L'ATELIER"

Présente

TRANSMISSION

EXPOSITION PHOTO



JEAN-LOUP CHRÉTIEN - COSMONAUTE
MANOLO CHRÉTIEN - PHOTOGRAPHE
DU 4 AU 31 OCTOBRE 2012

92, Avenue Jean-Baptiste Clément - 92100 Boulogne
Ouvert du lundi au vendredi de 10h à 19h30, samedi de 15h30 à 19h



CHOCS OBLIQUE ET COURBE

Chapitre 4

MOTIVATIONS

- Film expérimental, clichés

CHOC OBLIQUE STATIONNAIRE

- Notations, relations de saut. Méthode de résolution
 - Propriétés et polaires de choc

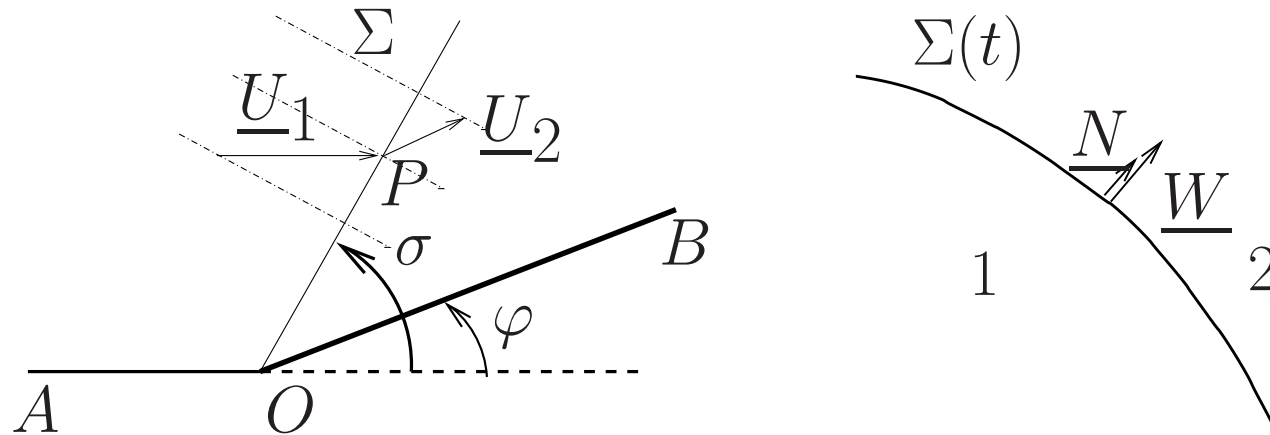
CHOC COURBE STATIONNAIRE

- Equations d'Euler. Homoentropique? homoénergétique?
 - Description qualitative de l'écoulement

ENTREE D'AIR D'AVION SUPERSONIQUE

- Pression génératrice et problématique pour l'avion supersonique.
 - Un dièdre. Deux dièdres?

Configuration du choc oblique. Rappel des relations de saut



$$v_i = (\underline{U}_i - \underline{W}) \cdot \underline{N} \geq 0$$

Relation de saut en tout point de Σ

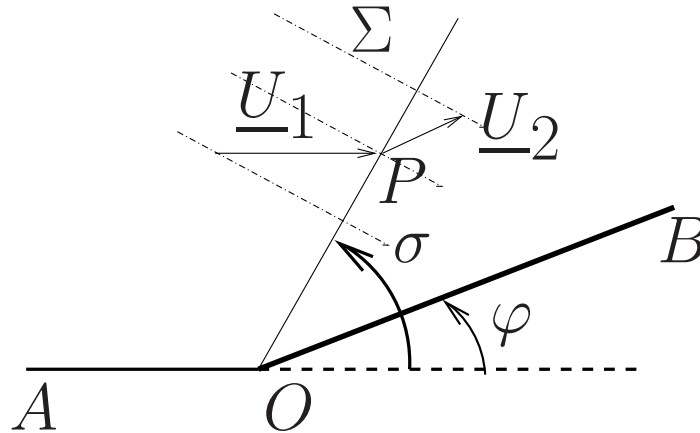
$$\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2 = m \geq 0$$

$$\rho_1 v_1 U_{1n} + p_1 = \rho_2 v_2 U_{2n} + p_2, \quad \rho_1 v_1 U_{1t} = \rho_2 v_2 U_{2t}$$

$$\rho_1 v_1 \left(e_1 + \frac{U_1^2}{2} \right) + p_1 U_{1n} = \rho_2 v_2 \left(e_2 + \frac{U_2^2}{2} \right) + p_2 U_{2n}$$

$$m(s_2 - s_1) \geq 0$$

Traduction pour le choc oblique stationnaire ($\mathbf{W} = \mathbf{0}$)



$$v_1 = U_1 \sin \sigma, \quad v_2 = U_2 \sin[\sigma - \varphi]$$

$$U_1 \cos \sigma = U_2 \cos[\sigma - \varphi]$$

$$\rho_1 U_1 \sin \sigma = \rho_2 U_2 \sin[\sigma - \varphi] > 0$$

$$p_1 + \rho_1 U_1^2 \sin^2 \sigma = p_2 + \rho_2 U_2^2 \sin^2[\sigma - \varphi]$$

$$h_1 + \frac{U_1^2}{2} \sin^2 \sigma = h_2 + \frac{U_2^2}{2} \sin^2[\sigma - \varphi]$$

$$s_2 > s_1$$

Récapitulatif

$$U_1 \cos \sigma = U_2 \cos[\sigma - \varphi]$$

$$\rho_1 U_1 \sin \sigma = \rho_2 U_2 \sin[\sigma - \varphi] > 0$$

$$p_1 + \rho_1 U_1^2 \sin^2 \sigma = p_2 + \rho_2 U_2^2 \sin^2[\sigma - \varphi]$$

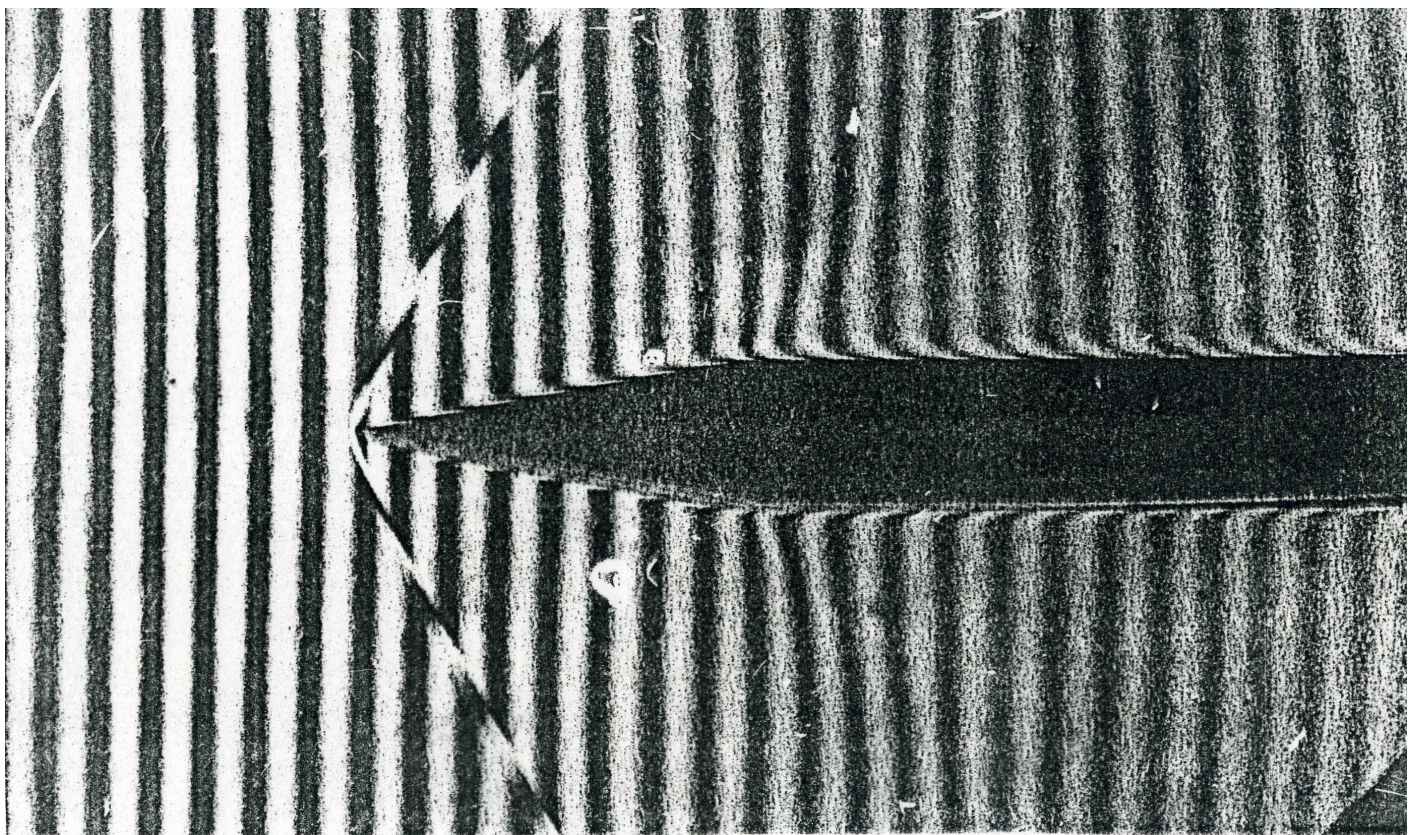
$$h_1 + \frac{U_1^2}{2} \sin^2 \sigma = h_2 + \frac{U_2^2}{2} \sin^2[\sigma - \varphi]$$

$$s_2 > s_1$$

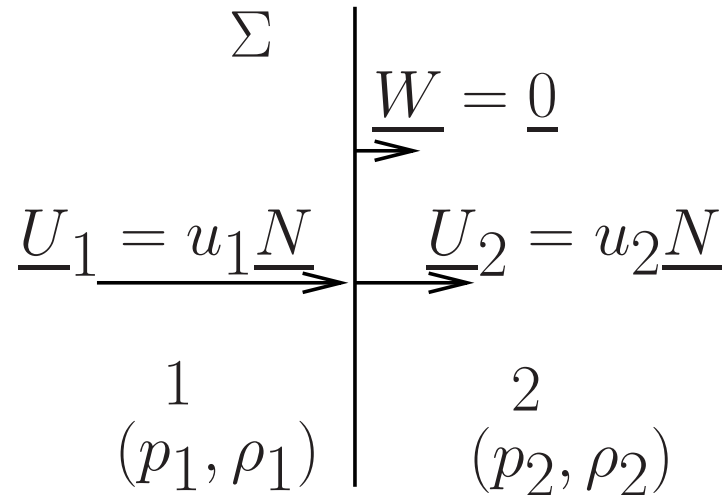
Bilan et astuce de résolution

- 5 inconnues: $(\underline{U}_2, p_2, \rho_2, \sigma)$
- données: $(\underline{U}_1, p_1, \rho_1)$ et p_2 ou φ
- 4 équations et une inéquation ($s_2 > s_1$)

Résolution à l'aide du choc droit!



Rappel pour un choc droit stationnaire ($\sigma = \pi/2, \varphi = 0$)



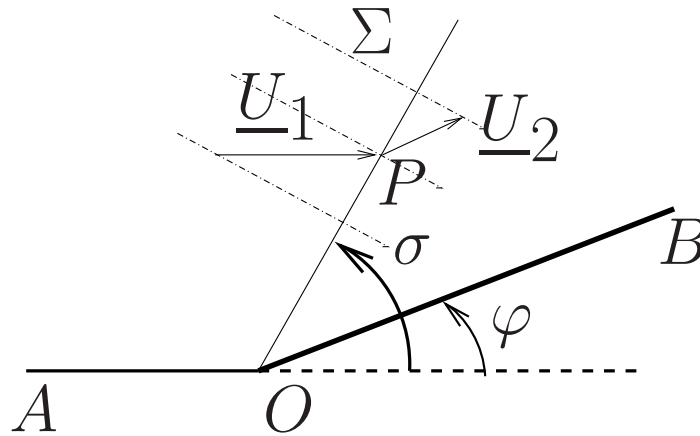
$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 > 0, \quad p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2$$

$$h_1 + u_1^2/2 = h_2 + u_2^2/2, \quad s_2 > s_1$$

$$M_1 = \frac{u_1}{c_1} > 1, \quad M_2 = \frac{u_2}{c_2} < 1, \quad p_2 > p_1, \quad \rho_2 > \rho_1, \quad u_2 < u_1$$

$$\text{Solution : } \frac{p_2}{p_1}, \quad \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad \frac{M_2}{M_1}, \quad f(u_1, p_1, \rho_1)$$

Résolution à l'aide du choc droit



Amont: $M_{1n} = \frac{U_1 \sin \sigma}{c_1} = M_1 \sin \sigma > 1$

$M_1 > 1$ et $\sigma \geq \alpha(M_1) = \arcsin\left(\frac{1}{M_1}\right)$

Aval: $M_{2n} = \frac{U_2 \sin[\sigma - \varphi]}{c_2} = M_2 \sin[\sigma - \varphi] < 1$

$$p_2 > p_1, \quad \rho_2 > \rho_1, \quad U_2 \sin[\sigma - \varphi] < U_1 \sin \sigma$$

$$\frac{p_2}{p_1}, \quad \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad \frac{M_2 \sin[\sigma - \varphi]}{M_1 \sin \sigma}, \quad f(\textcolor{red}{U}_1 \sin \sigma, \textcolor{blue}{p}_1, \textcolor{blue}{\rho}_1)$$

Cas du gaz parfait polytropique ($p = \rho r T$)

- Résultats analytiques (PC2)

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(M_1^2 \sin^2 \sigma - 1)$$

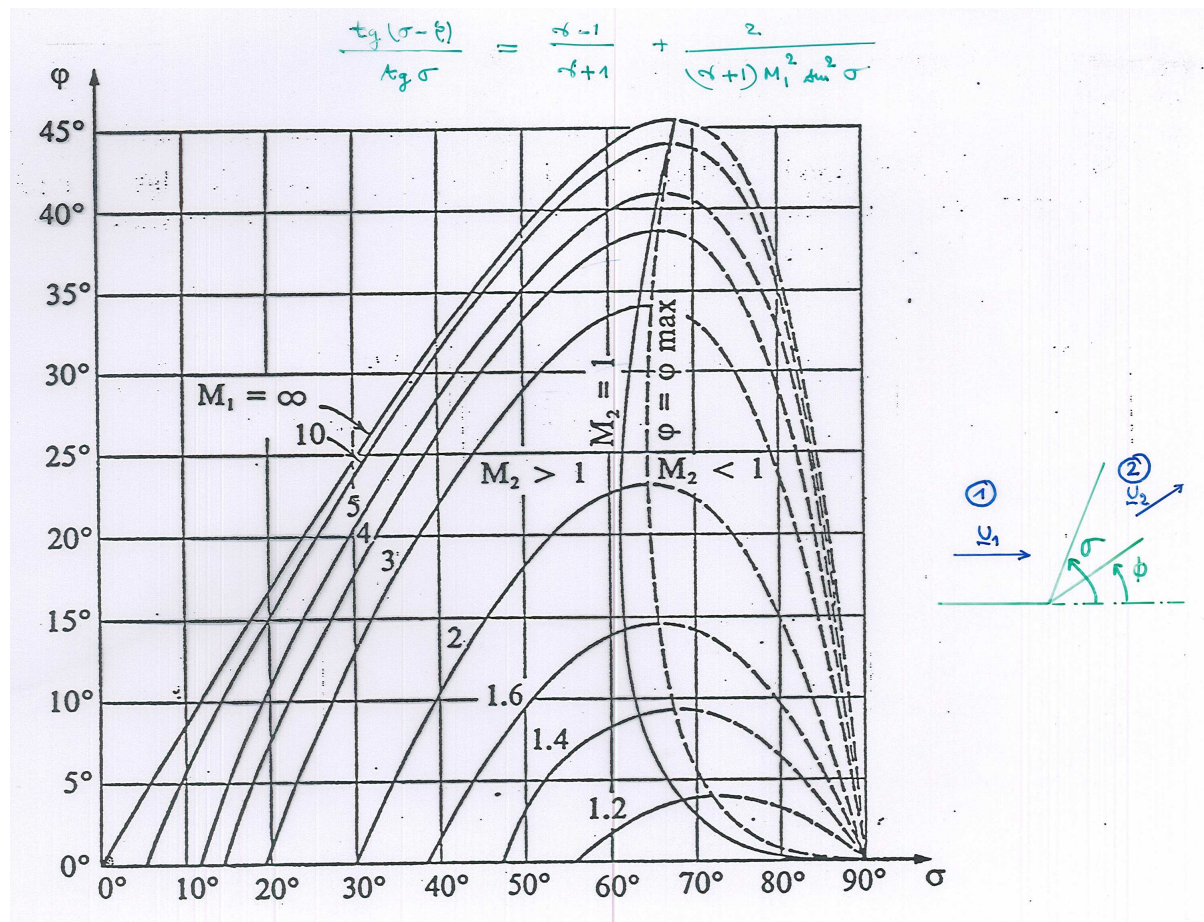
$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} + \frac{2}{(\gamma + 1)M_1^2 \sin^2 \sigma}$$

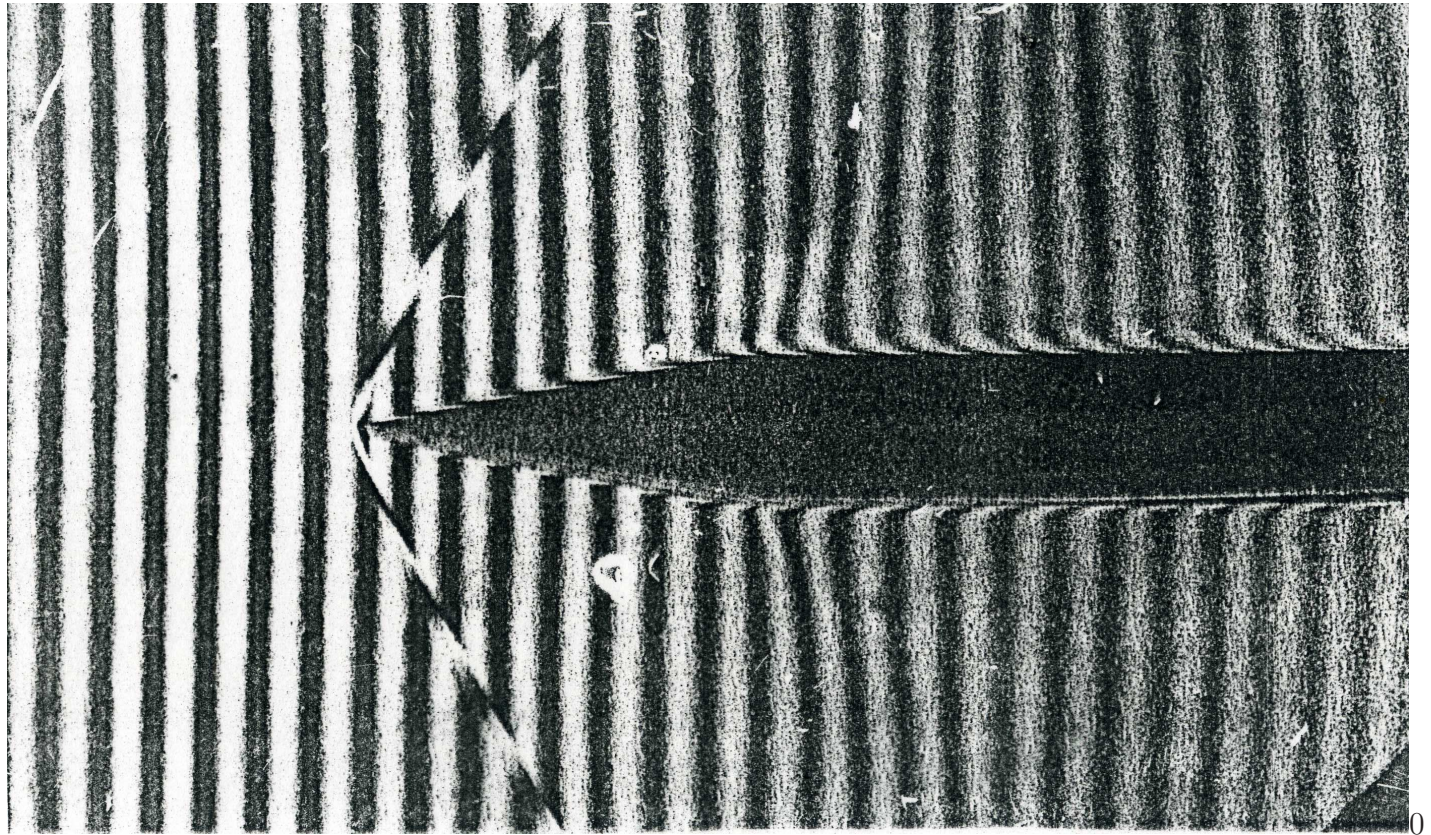
- Polaires de choc

$$U_1 \cos \sigma = U_2 \cos[\sigma - \varphi], \quad \rho_1 U_1 \sin \sigma = \rho_2 U_2 \sin[\sigma - \varphi]$$

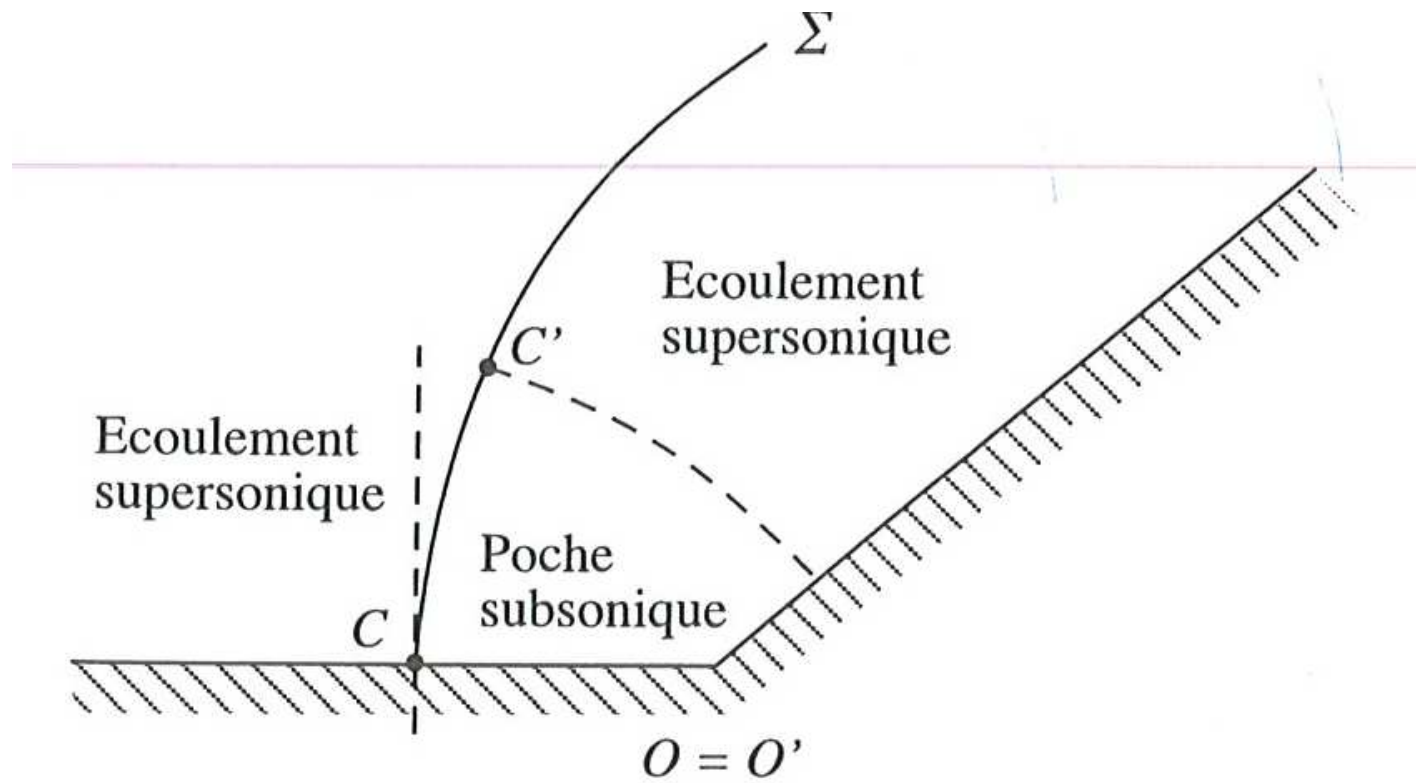
$$\frac{\tan[\sigma - \varphi]}{\tan \sigma} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} + \frac{2}{(\gamma + 1)M_1^2 \sin^2 \sigma}$$

Lien: $(\sigma, \varphi, M_1; \gamma)$





Solution du choc (faible) accroché à la pointe
pour $M_1 > 1$ assez grand



0

Solution du choc courbe (décroché)
pour $M_1 > 1$ trop faible

CHOCS OBLIQUE ET COURBE

Chapitre 4

MOTIVATIONS

- Film expérimental, clichés

CHOC OBLIQUE STATIONNAIRE

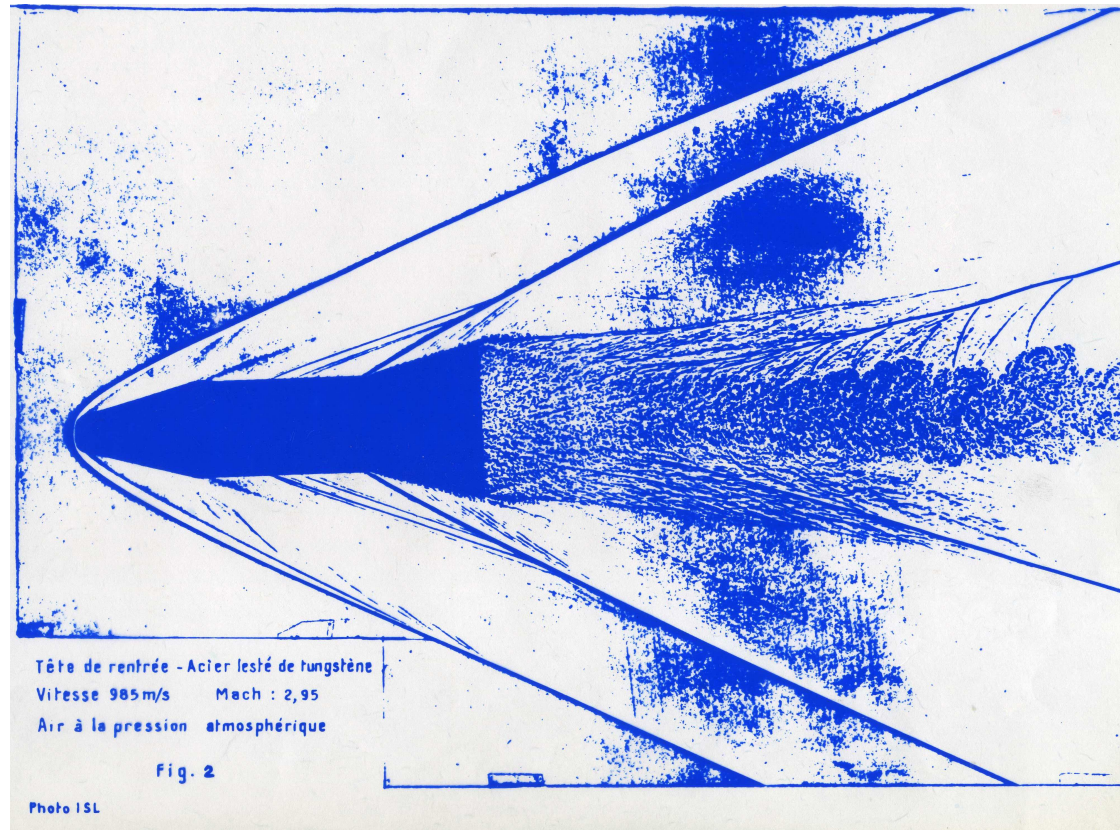
- Notations, relations de saut. Méthode de résolution
 - Propriétés et polaires de choc

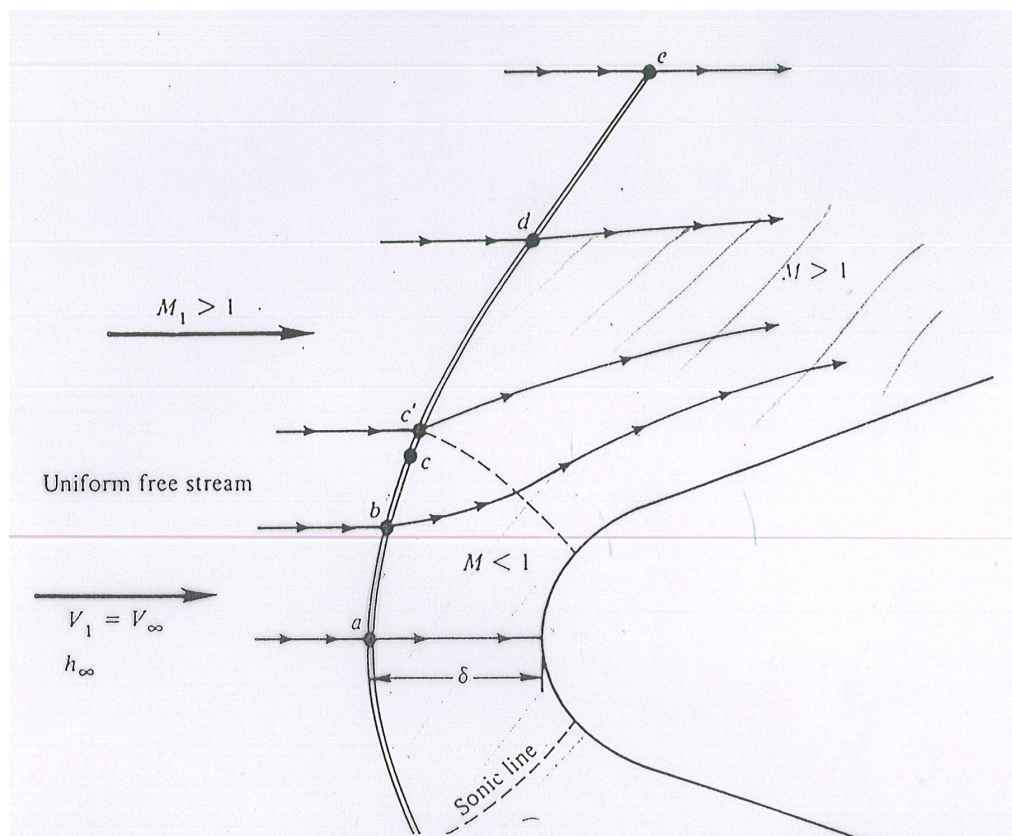
CHOC COURBE STATIONNAIRE

- Equations d'Euler. Homoentropique? homoénergétique?
 - Description qualitative de l'écoulement

ENTREE D'AIR D'AVION SUPERSONIQUE

- Pression génératrice et problématique pour l'avion supersonique.
 - Un dièdre. Deux dièdres?





Fluide parfait, non conducteur, sans taux de chaleur extérieur

Equations locales d'Euler

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div}(\underline{U}) = 0 \quad (\text{Masse})$$

$$\rho \frac{d\underline{U}}{dt} = -\underline{\operatorname{grad}} p + \rho \underline{F} \quad (\text{Dynamique})$$

$$\frac{ds}{dt} = 0 \quad \rho \frac{dH}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \rho \underline{F} \cdot \underline{U} \quad (\text{Energie})$$

$$H = e + \frac{p}{\rho} + \frac{U^2}{2} \quad \text{Enthalpie massique}$$

isentropique: $ds/dt = 0$. **Homoentropique?**

isoénergétique: $dH/dt = 0$ (stationnaire avec $\underline{F} = \underline{0}$).

Homoénergétique?

Premier principe sous forme locale

$$\rho \frac{d}{dt} \left(e + \frac{1}{2} U^2 \right) = \rho \underline{F} \cdot \underline{U} - \operatorname{div}(p \underline{U})$$

Autres relations

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{p}{\rho} \right) = \frac{dp}{dt} - \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{dp}{dt} + p \operatorname{div}(\underline{U}), \quad \frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \underline{\operatorname{grad}} p \cdot \underline{U}$$

$$\rho \frac{d}{dt} (U^2/2) = \rho \underline{F} \cdot \underline{U} - \underline{\operatorname{grad}}[p] \cdot \underline{U}, \quad \rho \frac{de}{dt} = -p \operatorname{div}(\underline{U})$$

Relation de Gibbs (Amphi 1)

$$T \frac{ds}{dt} = \frac{de}{dt} - \frac{p}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt}$$

$$\frac{ds}{dt} = 0$$

Surface de discontinuités **stationnaire**

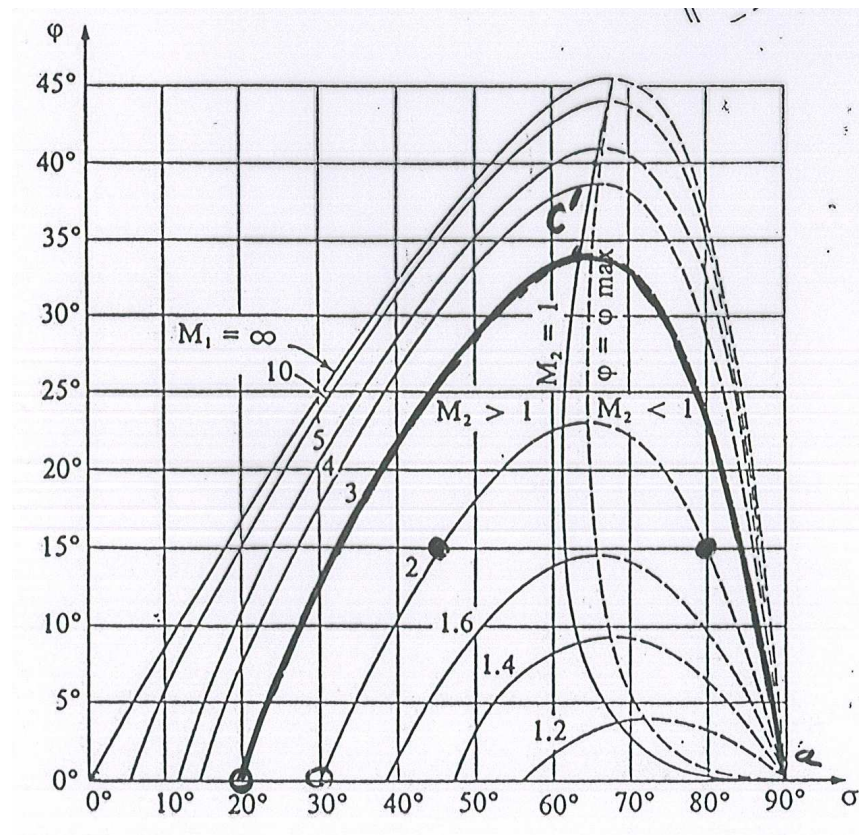
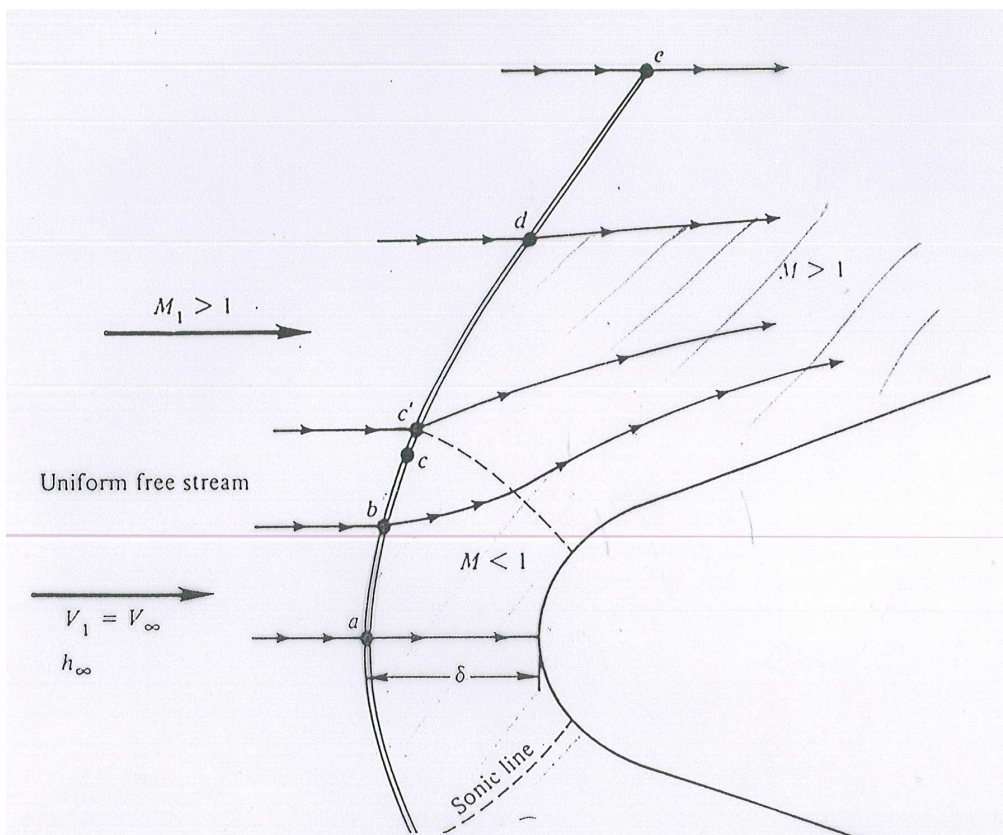
$$\underline{W} = \underline{0}, \quad v_1 = \underline{U}_1 \cdot \underline{N}, \quad v_2 = \underline{U}_2 \cdot \underline{N}$$

$$U_{1t} = U_{2t}$$

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2} = h_2 + \frac{v_2^2}{2}, \quad h = e + \frac{p}{\rho}$$

$$H_1 = H_2!$$

Si l'écoulement est homoénergétique avant le choc il reste
homoénergétique après le choc (stationnaire)



CHOCS OBLIQUE ET COURBE

Chapitre 4

MOTIVATIONS

- Film expérimental, clichés

CHOC OBLIQUE STATIONNAIRE

- Notations, relations de saut. Méthode de résolution
 - Propriétés et polaires de choc

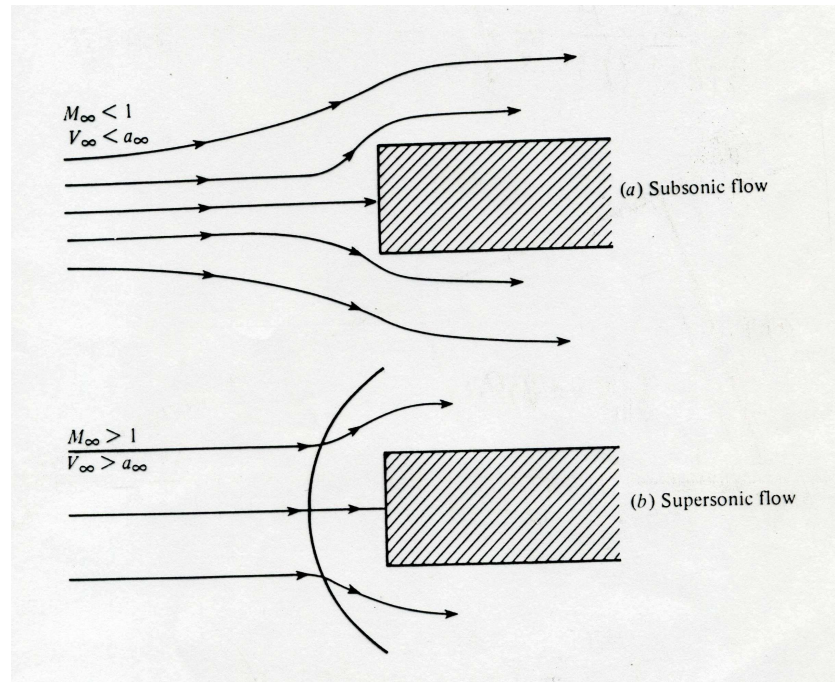
CHOC COURBE STATIONNAIRE

- Equations d'Euler. Homoentropique? homoénergétique?
 - Description qualitative de l'écoulement

ENTREE D'AIR D'AVION SUPERSONIQUE

- Pression génératrice et problématique pour l'avion supersonique.
 - Un dièdre. Deux dièdres?

Dans le référentiel de l'obstacle (du moteur)



Ecoulement stationnaire: sur toute trajectoire (ligne de courant)

$$s = cste, \quad h + U^2/2 = cste \Rightarrow p_0$$

avec p_0 pression génératrice (dite aussi d'arrêt ou totale)

Si M_a nombre de Mach et p_a pression loin de l'obstacle (PC1)

$$p_0 = p_a \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_a^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Problème en régime supersonique!

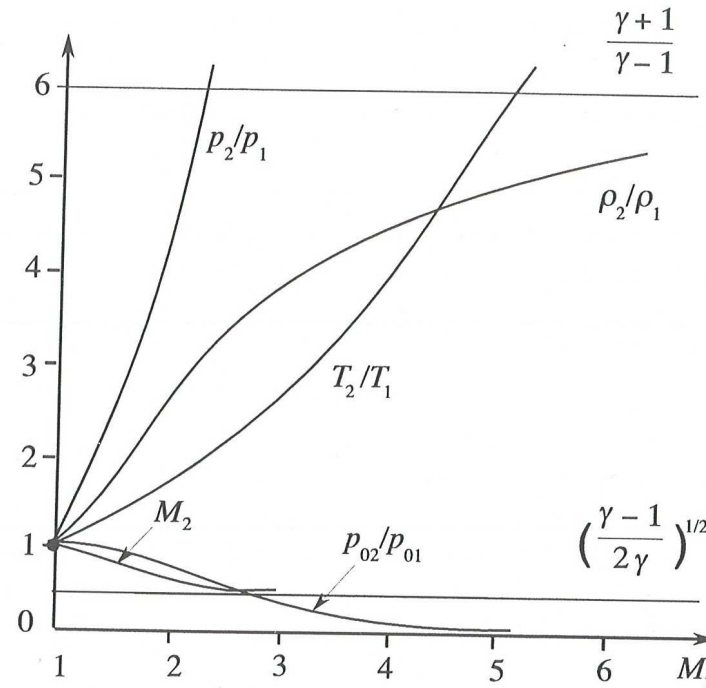


FIG. 5 : Variation de M_2 , p_2/p_1 , ρ_2/ρ_1 , T_2/T_1 et p_{02}/p_{01} pour $\gamma = 1,4$.

0

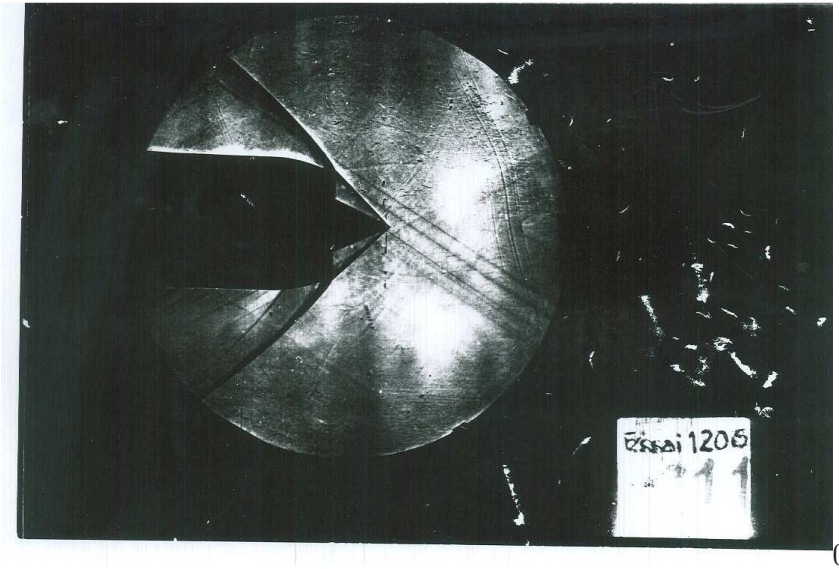
Perte de pression génératrice ($p_{02} < p_{01}$)
à la traversée du choc courbe
et ce d'autant plus près de l'axe de symétrie!

Solution proposée: le dièdre



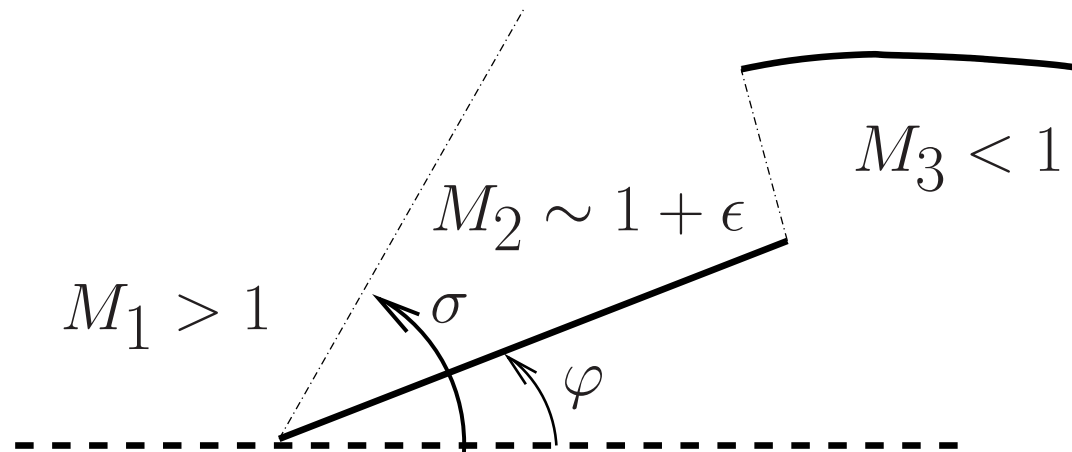
MIG21 Serbe avec son cone “supersonique” bien visible

Visualisation expérimentale (en soufflerie)



Optimisation: choc oblique accroché,
choc qui “arrive” bien sur la calandre

ENTREE D'AIR AVEC UN DIEDRE



Quotient $\eta = \frac{p_{03}}{p_{01}}$ en fonction de φ

M_1	1.5	2	2.5	3
φ	8	16.5	20.5	22.6
η_φ	0.985	0.90	0.75	0.58
$\eta_{\varphi=0}$	0.930	0.72	0.50	0.33

MIG 19: premier avion supersonique soviétique (1955, $M = 1.4$)



Ici pas de dièdre en entrée d'air (et biréacteur)

MIG 21: avion supersonique soviétique (1960, $M = 2.1$)



0

Ici dièdre en entrée d'air

Avion espion A12 (USA, 1962-1968, $M = 3,35$)



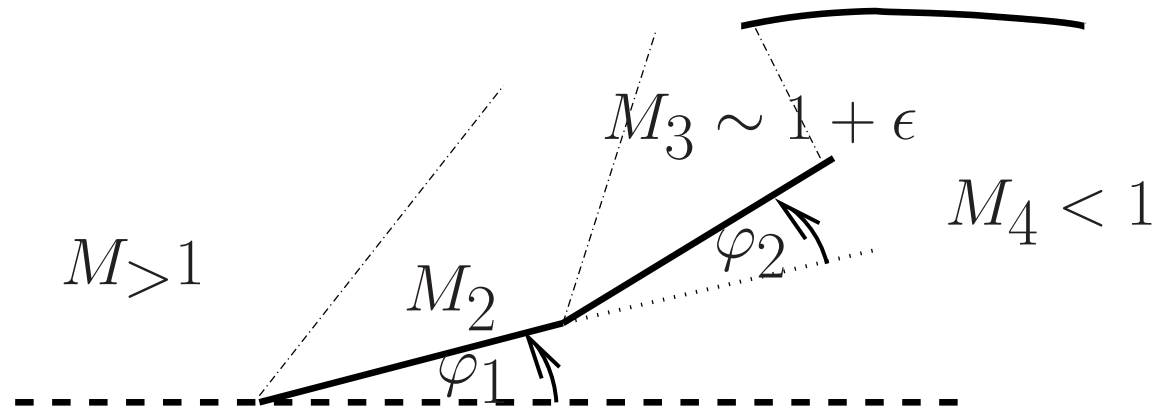
Avion espion Lockheed SR-71 Blackbird



0

USA, 1968-1998, $M = 3,2$

ENTREE D'AIR AVEC DEUX DIEDRES



Quotient $\eta = \frac{p_{04}}{p_{01}}$ en fonction de φ_2

M_1	2	2.5	3
φ_2	8	16	19
$\eta_{\varphi_1 + \varphi_2}$	0.95	0.87	0.74

$\varphi_1 = 14$ et φ_2 est variable $f(M_1)$

M1	1 dièdre			2 dièdres			
	p03/p01	φ		p04/p01	φ_1	φ_2	$\varphi_1 + \varphi_2$
1.2	0.9992	2.953		Existence non-garantie du 2 ^e choc ou l'optimisation n'a pas de gain significatif.			
1.3	0.9972	4.956					
1.4	0.9932	6.963					
1.5	0.9865	8.89					
1.6	0.9767	10.71					
1.7	0.9635	12.35					
1.8	0.9467	13.83					
1.9	0.9265	15.18					
2.0	0.9029	16.37		0.9570	10.5	11.08	21.58
2.1	0.8765	17.4		0.9432	11	12.27	23.27
2.2	0.8476	18.35		0.9273	12	13.04	25.04
2.3	0.8167	19.15		0.9094	12.5	14.02	26.52
2.4	0.7842	19.86		0.8896	13	14.88	27.88
2.5	0.7507	20.49		0.8682	13.5	15.66	29.16
2.6	0.7166	21.05		0.8453	14	16.34	30.34
2.7	0.6822	21.51		0.8211	14	17.18	31.18
2.8	0.6480	21.91		0.7960	14.5	17.71	32.21
2.9	0.6143	22.26		0.7701	14.5	18.39	32.89

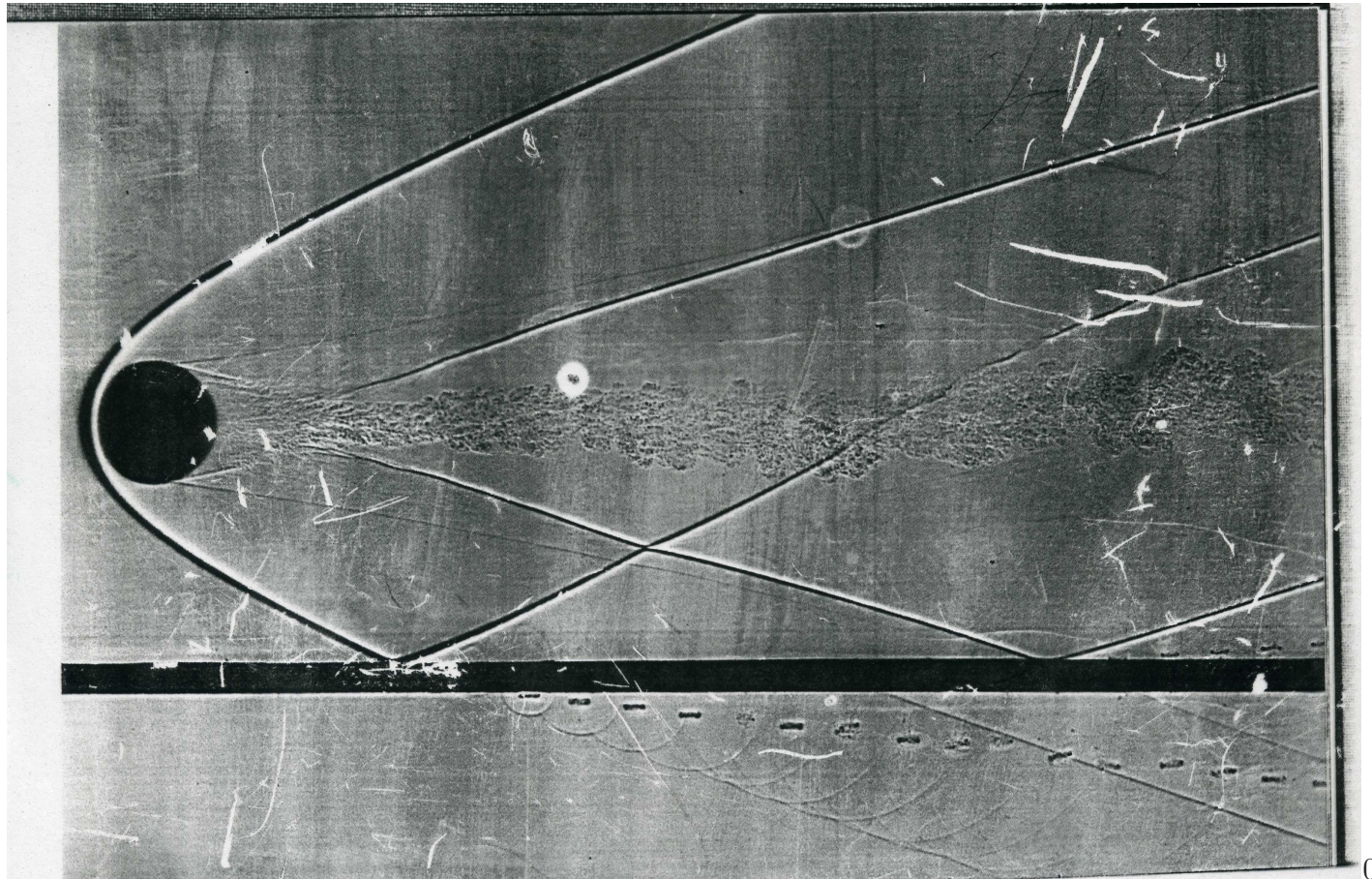
0

Comparaisons pour 1 ou 2 dièdres

M1	1 dièdre		2 dièdres				Cône		
	p03/p01	Phi	p04/p01	Phi1	Phi2	Phi1+Phi2	p03/p01	Sigma	Phi
1.2	0.9992	2.953					0.9999	59.4	13.4
1.3	0.9972	4.956					0.9996	55.1	16.6
1.4	0.9932	6.963					0.9981	52.3	19.2
1.5	0.9865	8.89					0.9948	50.2	21.2
1.6	0.9767	10.71					0.9887	48.6	22.8
1.7	0.9635	12.35					0.9791	47.4	24.2
1.8	0.9467	13.83					0.9658	46.3	25.3
1.9	0.9265	15.18					0.9485	45.4	26.2
2.0	0.9029	16.37	0.9570	10.5	11.08	21.58	0.9275	44.6	26.9
2.1	0.8765	17.4	0.9432	11	12.27	23.27	0.9034	43.9	27.5
2.2	0.8476	18.35	0.9273	12	13.04	25.04	0.8756	43.3	28.1
2.3	0.8167	19.15	0.9094	12.5	14.02	26.52	0.8456	42.7	28.5
2.4	0.7842	19.86	0.8896	13	14.88	27.88	0.8137	42.2	28.9
2.5	0.7507	20.49	0.8682	13.5	15.66	29.16	0.7803	41.7	29.1
2.6	0.7166	21.05	0.8453	14	16.34	30.34	0.7461	41.2	29.3
2.7	0.6822	21.51	0.8211	14	17.18	31.18	0.7113	40.7	29.4
2.8	0.6480	21.91	0.7960	14.5	17.71	32.21	0.6766	40.3	29.6
2.9	0.6143	22.26	0.7701	14.5	18.39	32.89			

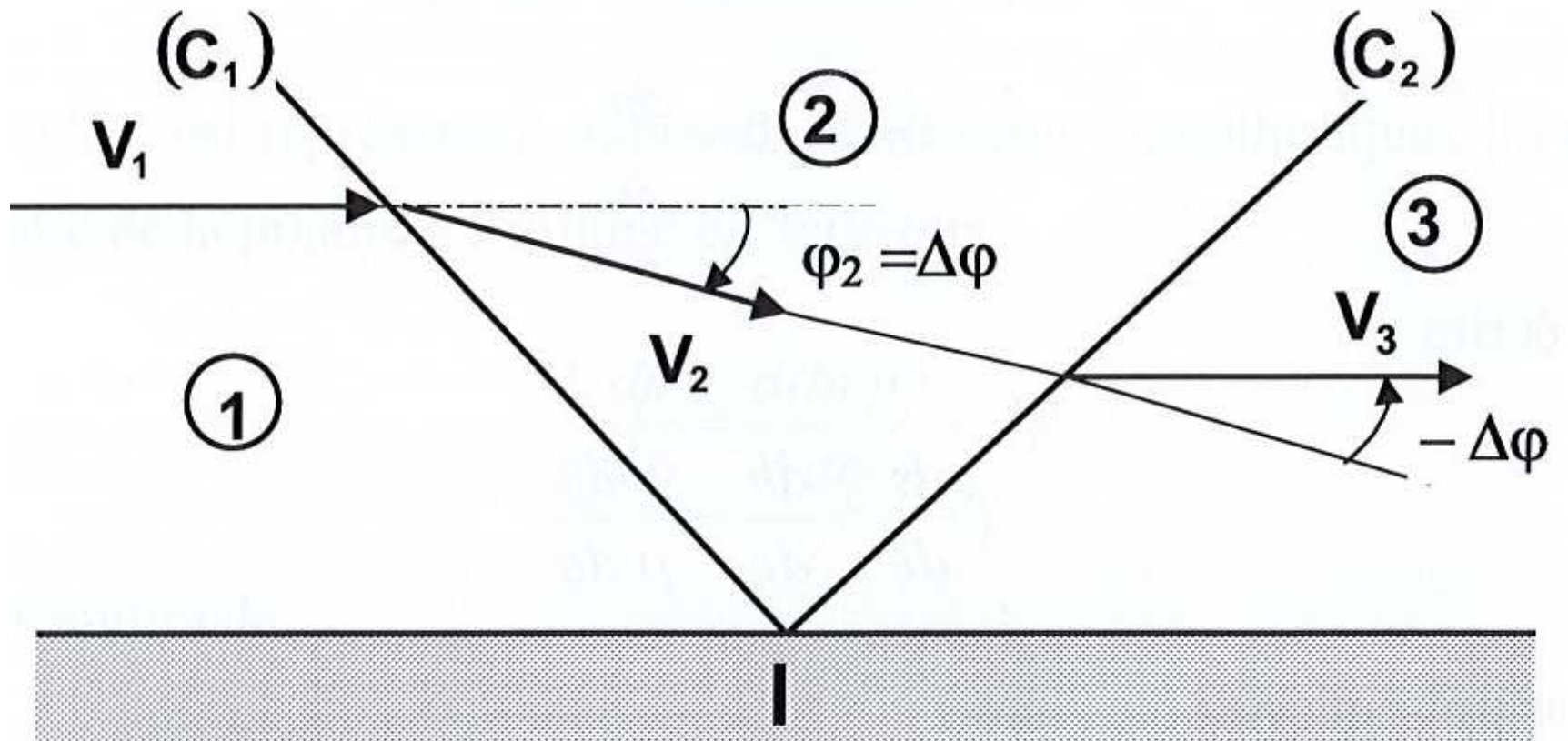
 p03/p01 optimisée
 Phi correspondant

Comparaisons pour 1 ou 2 dièdres et aussi un cone (choc conique!)

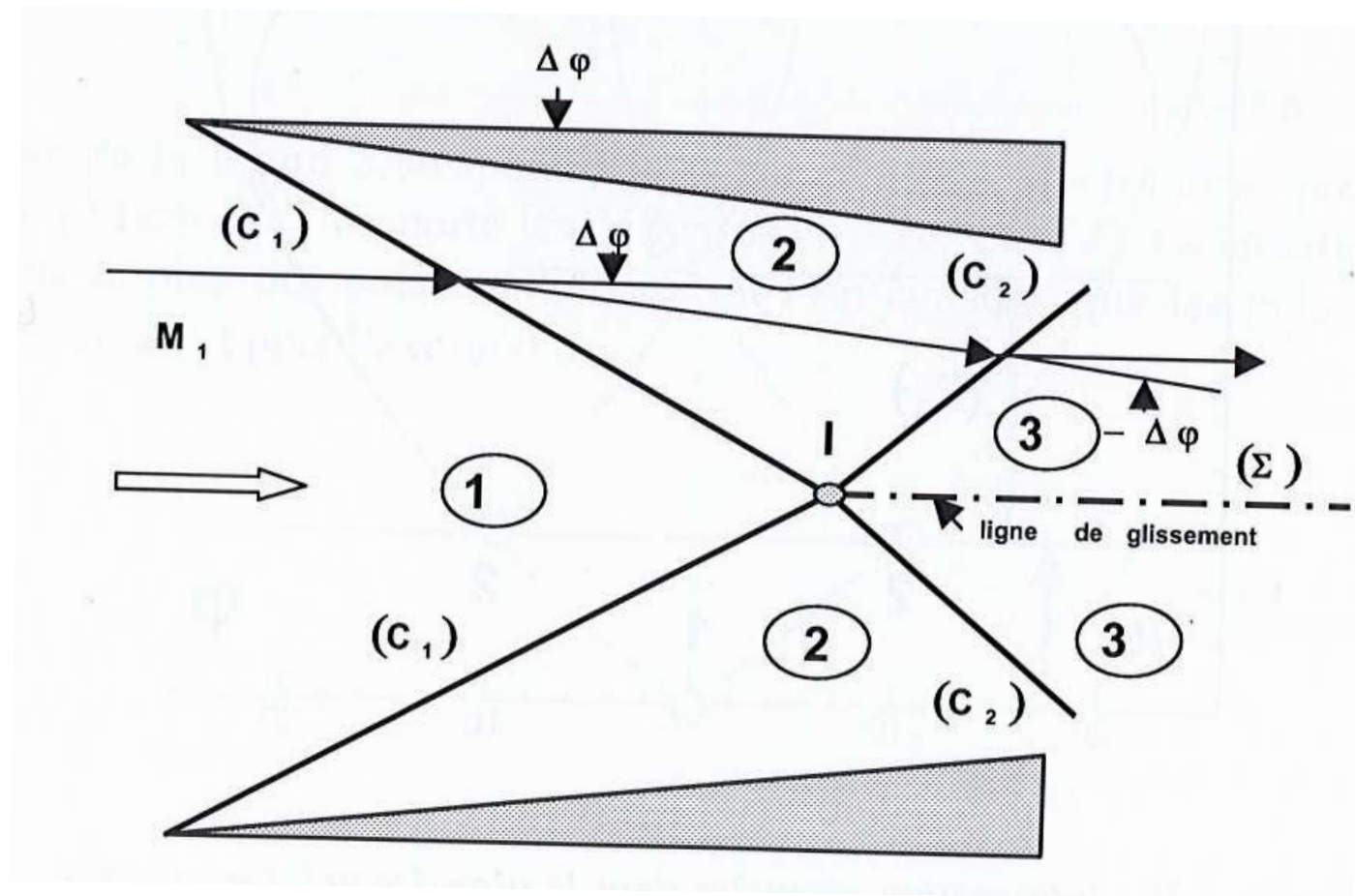


0

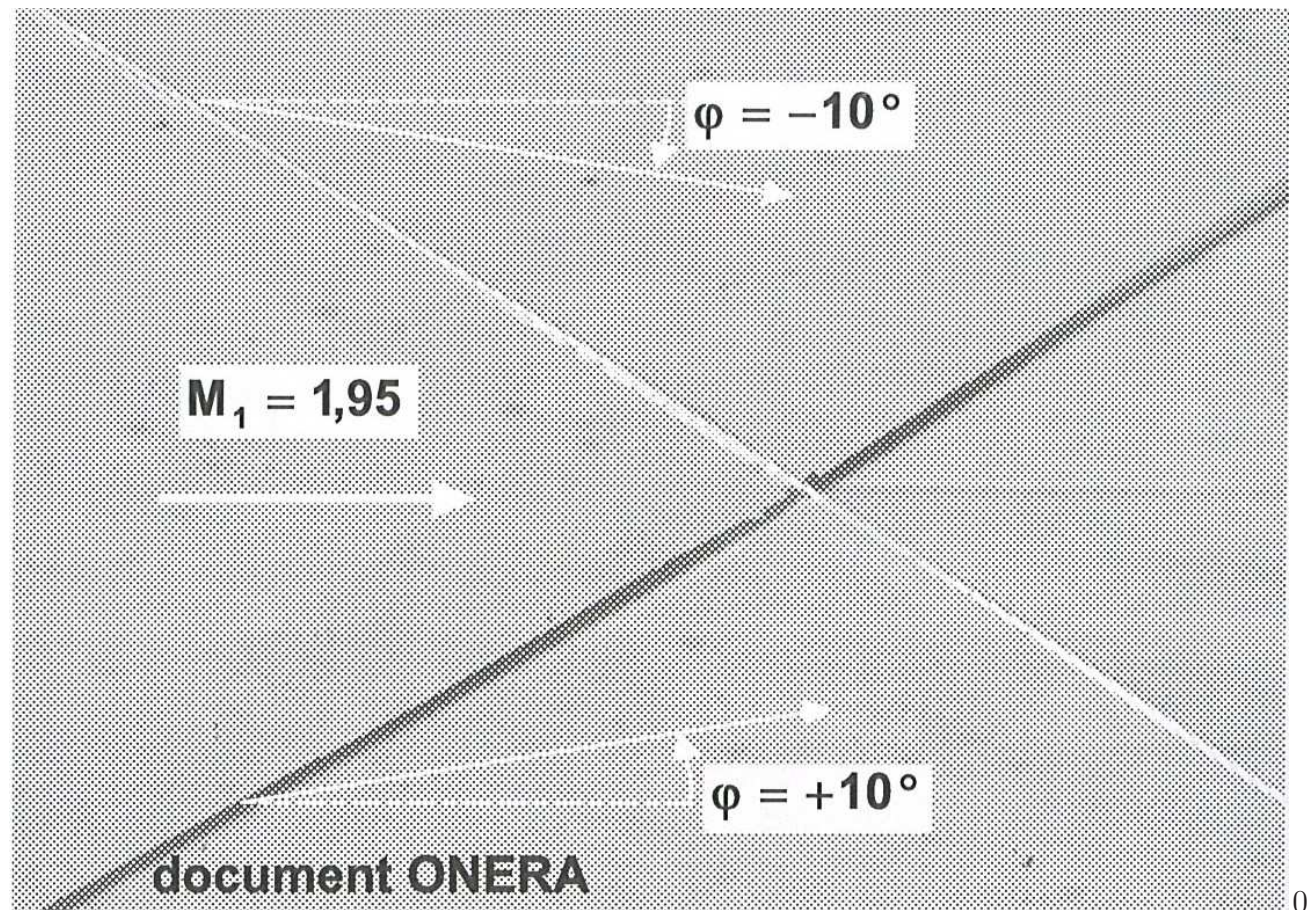
Réflexion d'un choc oblique?



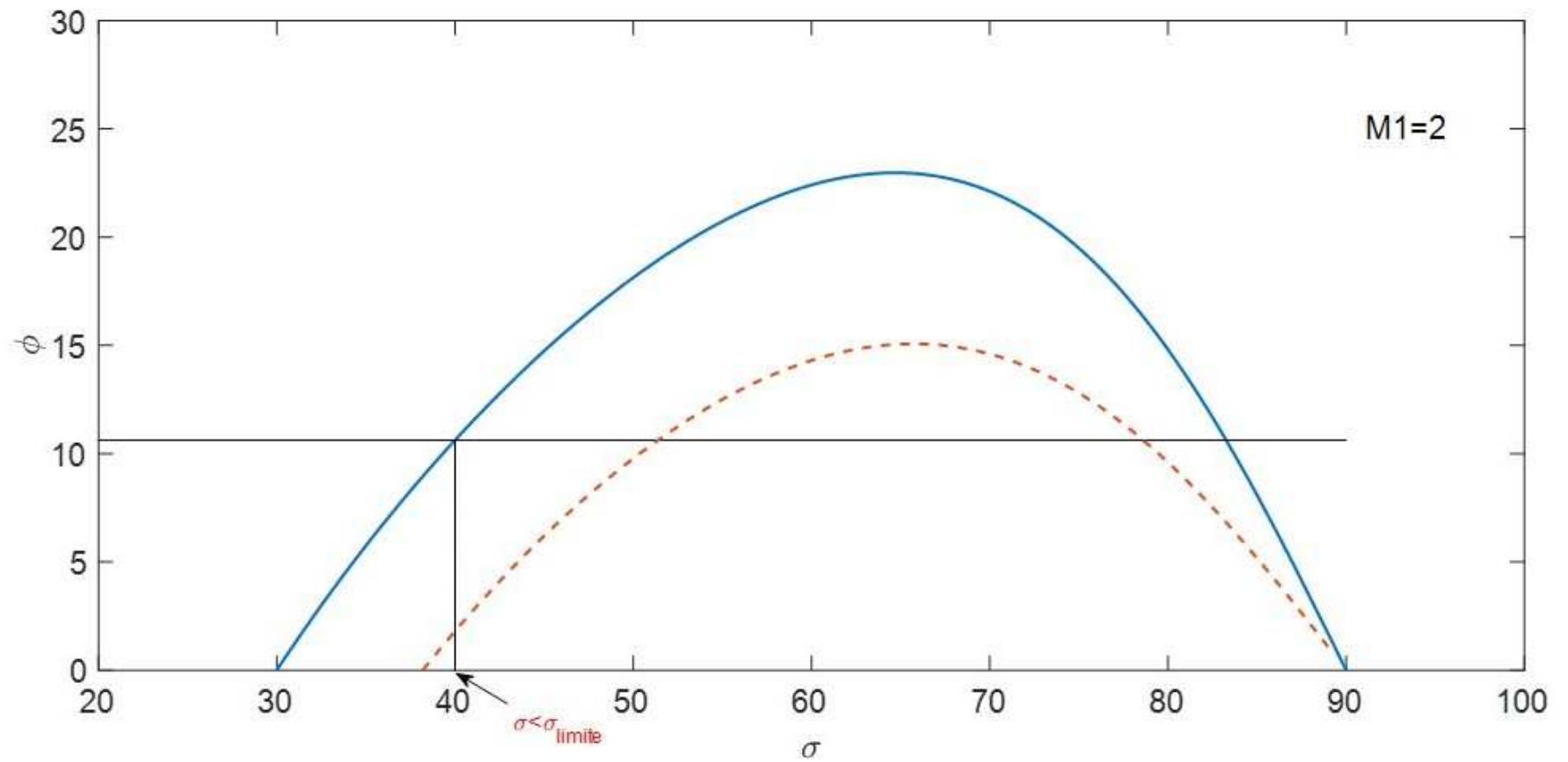
Modélisation de la réflexion régulière



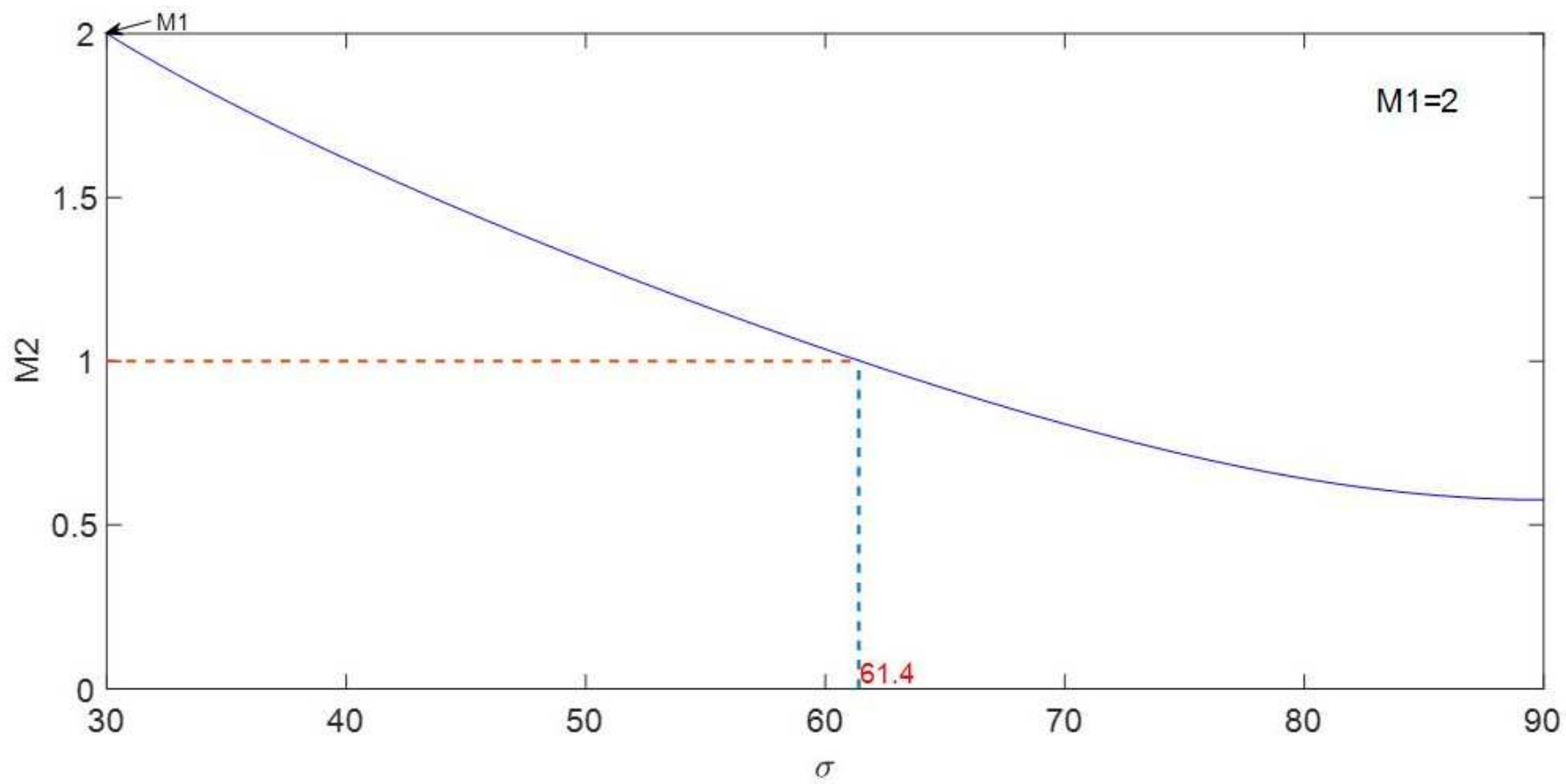
Equivalent dans le jet de la tuyère



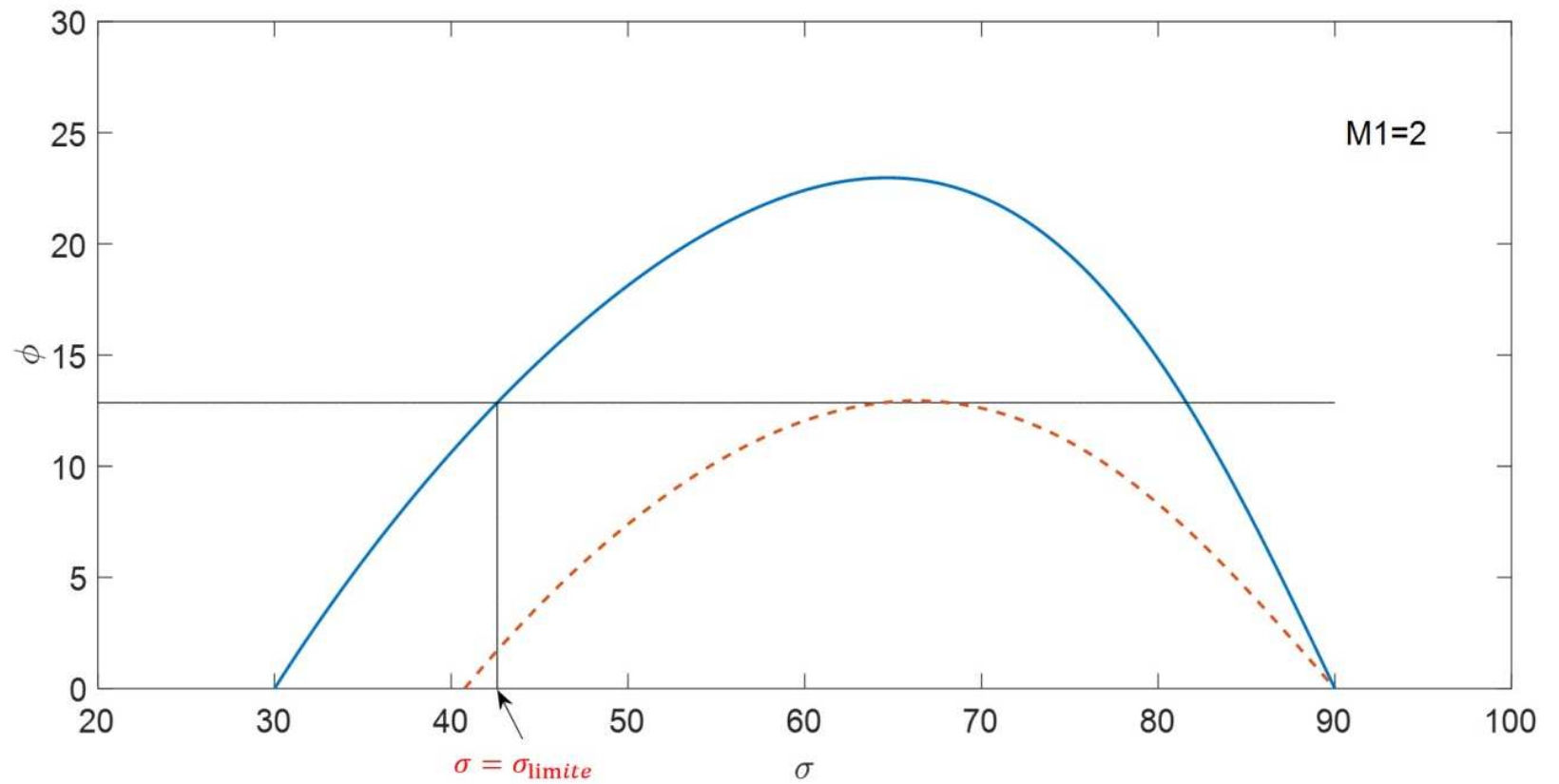
Expérience: $M_1 = 1.95, \varphi = 10^\circ$



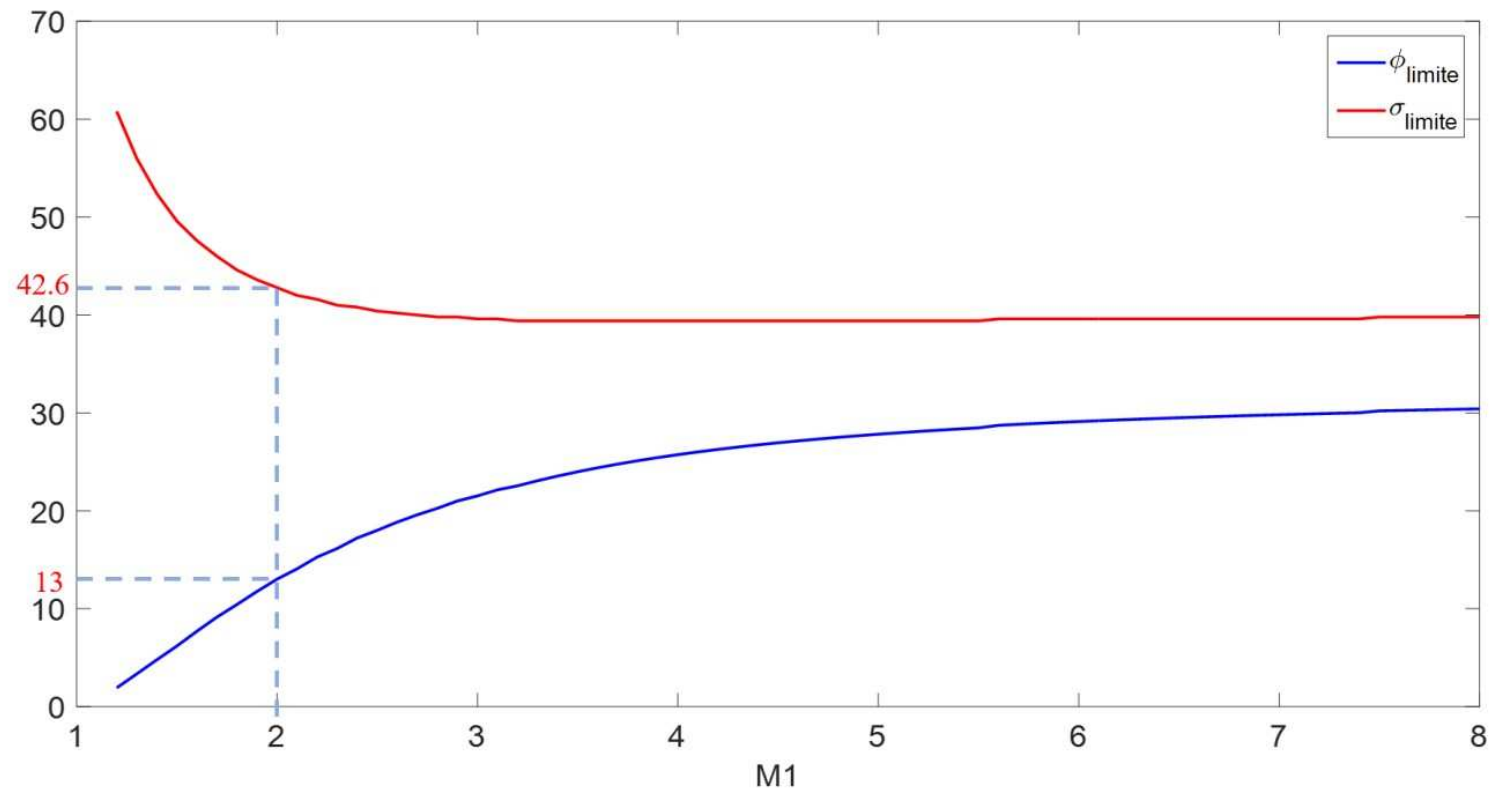
Interprétation (ici pour $M_1 = 2$)



Interprétation (ici pour $M_1 = 2$)

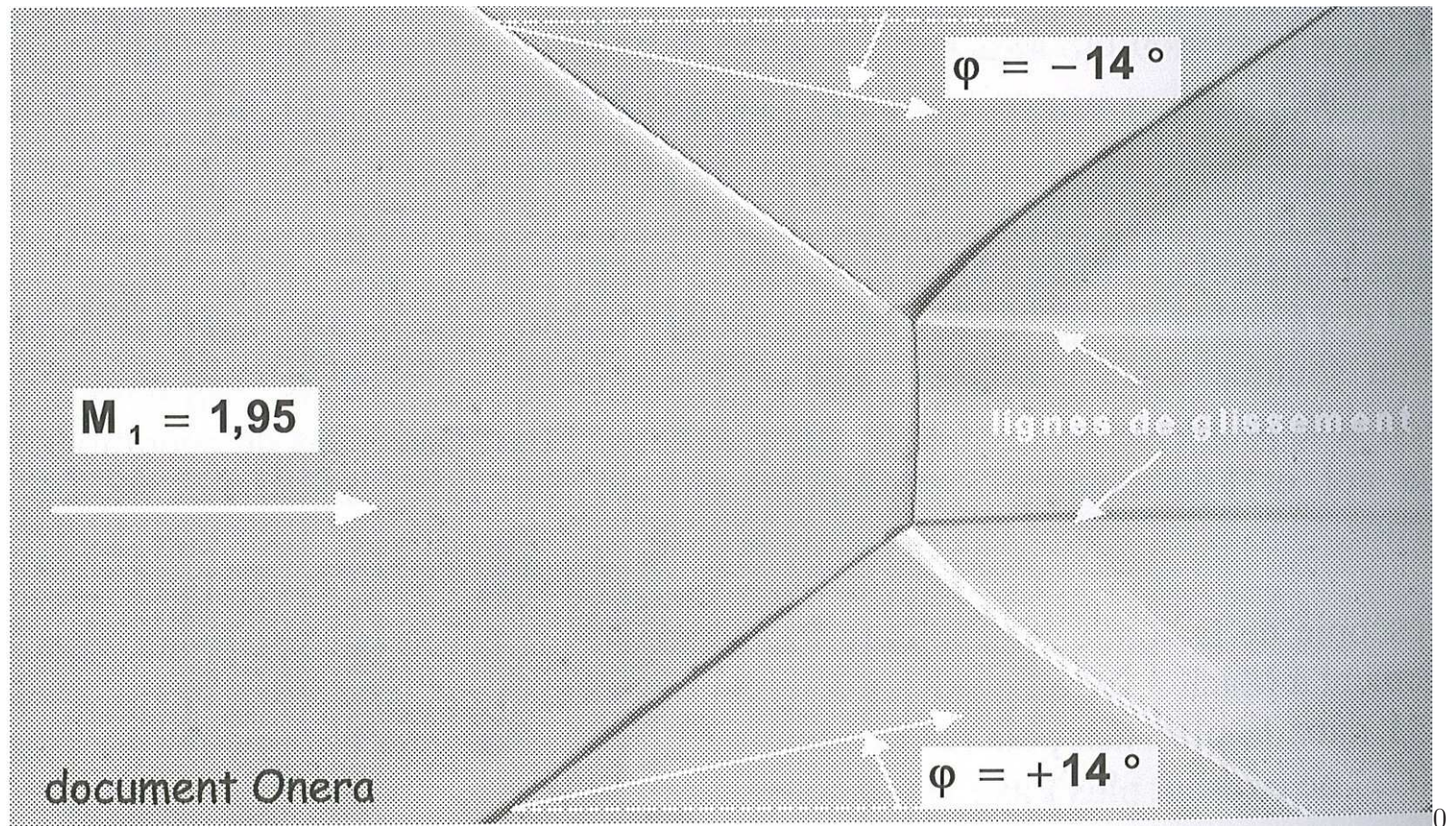


Interprétation (ici pour $M_1 = 2$)

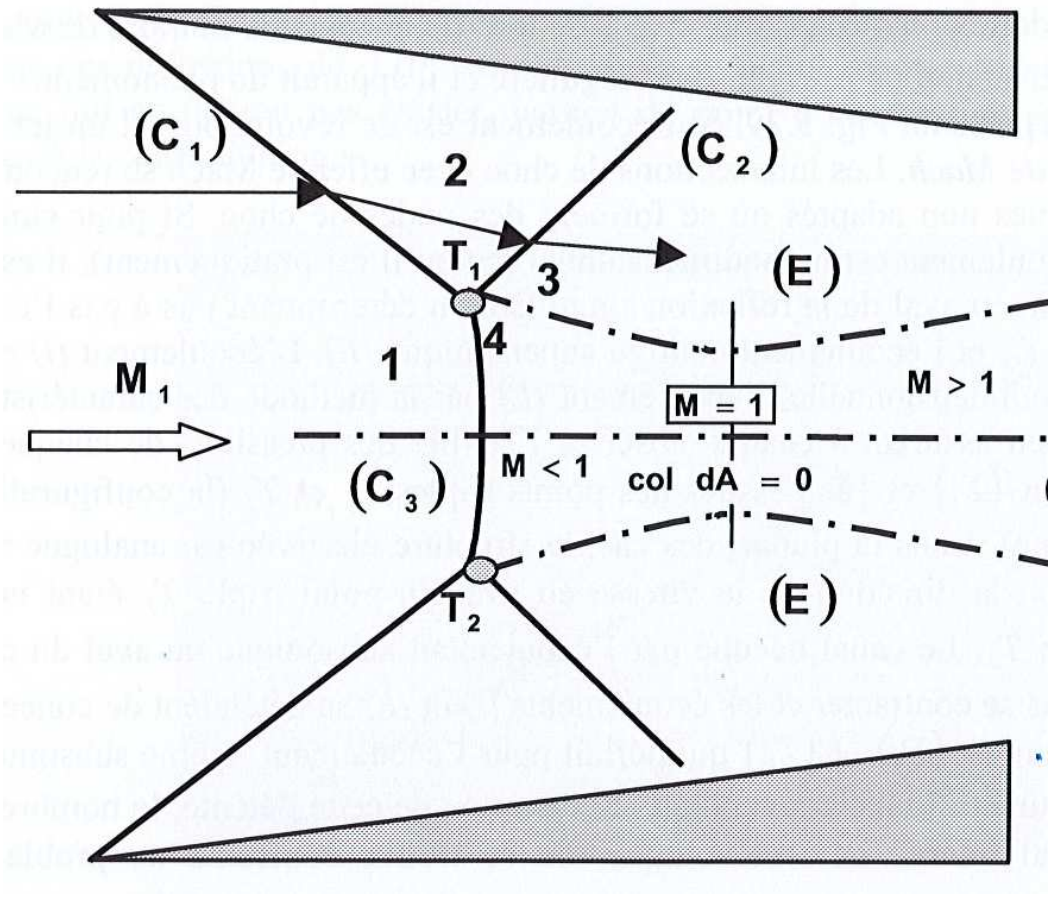


0

Angles limites en fonction de M_1



Expérience: $M_1 = 1.95, \varphi = 14^\circ$



Equivalent dans le jet de la tuyère



$t_2 < t_3 = t_a < t_2$

$t_2 < t_a < t_1$

$t_2 < t_a < t_1$

$t_2 = t_a = t_2$

CONTINUO

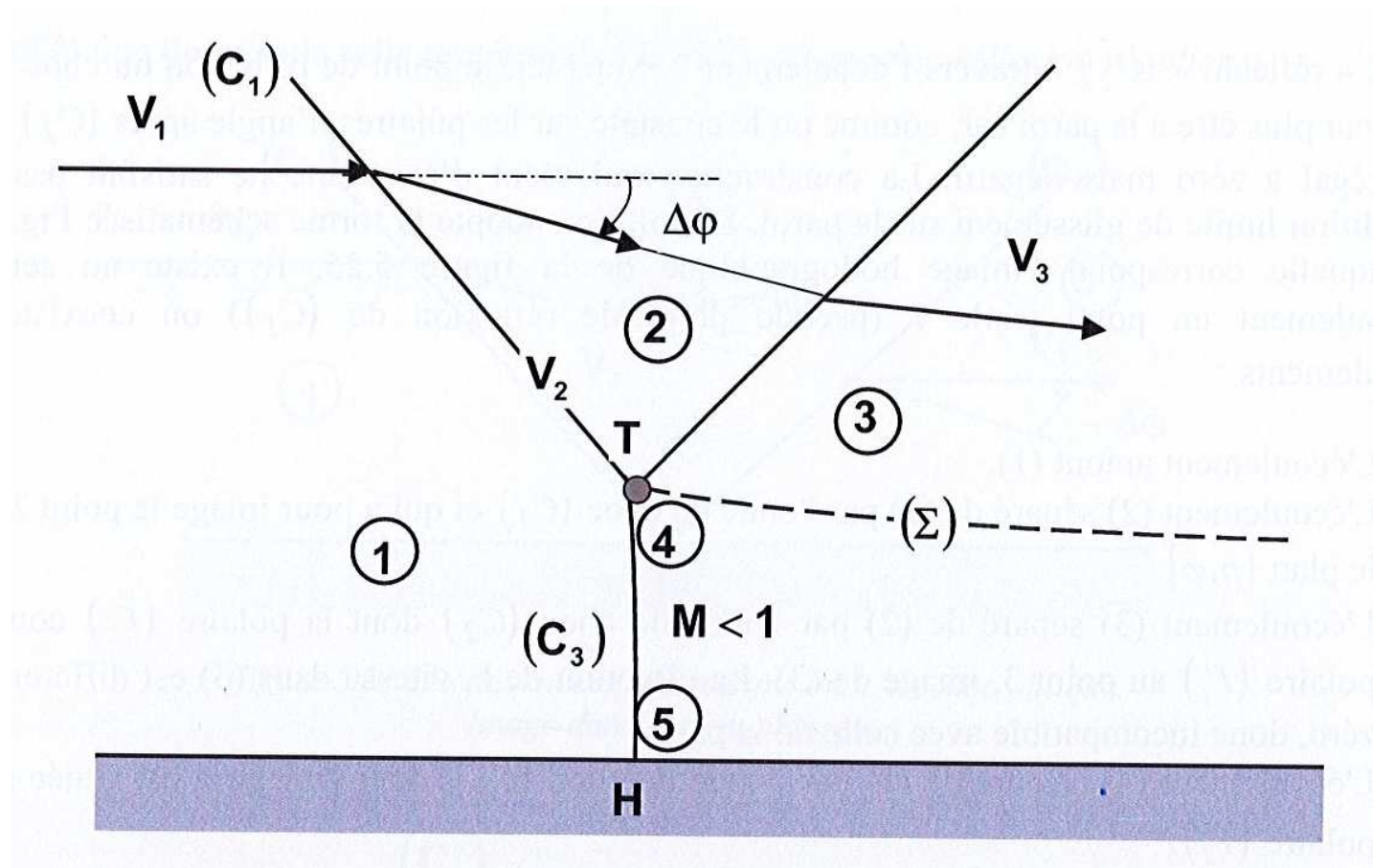
$t_a < t_2$

t_a

t_2

t_2

t_2



0

Modélisation de la réflexion singulière

PC 3

- Choc oblique sur une paroi
- Choc oblique en sortie de tuyère

AMPHI 4

- Ecoulements compressibles, **instationnaires** et unidimensionnels
- Méthode des caractéristiques